

Übungen zu Einführung in die Informatik II

Aufgabe 1 **Einfache Verifikation**

Gegeben sei folgendes Programm:

```
r = n;  
i = n;  
while (i != 0) {  
    r = r + 1;  
    i = i - 1;  
}
```

Hierbei sind n, i und r globale, ganzzahlige Variablen. Die Variable n ist dabei die Eingabe und die Variable r die Ausgabe des Programmes.

- Was berechnet das Programm?
- Zeichnen Sie den Kontrollfluß-Graphen!
- Verifizieren Sie das Programm!

Aufgabe 2 **Verifikation von Prozeduren**

Gegeben sei folgende Prozedur:

```
void f() {  
    x = 3 + x*y;  
    y = y + x;  
}
```

Hierbei sind x und y globale, ganzzahlige Variablen.

- Geben Sie eine geeignete Vor- und Nachbedingung für die Prozedur an. Verwenden Sie dabei logische Hilfsvariablen, um die Werte von x und y vor/nach dem Prozeduraufruf zu charakterisieren. Verifizieren Sie, dass Vor- und Nachbedingung zusammen passen!
- Geben Sie die logische Wertetabelle der Prozedur an!
- Beweisen Sie: Bei $y = 0$ vor dem Programmaufruf, gilt $x = y$ nach dem Programmaufruf.

Aufgabe 3 **Verifikation von Prozeduren: Erweiterter Euklid**

Der erweiterte Euklid-Algorithmus berechnet für alle $a, b \in \mathbb{N}^+$ ganze Zahlen $x, y \in \mathbb{Z}$ mit $ggT(a, b) = ax + by$. Zum Beispiel, für $a = 13$ und $b = 17$ sind $x = 4$ und $y = -3$. Die Implementierung des Algorithmus in Mini-Java ist unten dargestellt:

```
int a,b,x,y;

void ggt(){
    if(a>b){
        a=a-b;
        ggt();
        y=y-x;
    }
    else if (a<b){
        b=b-a;
        ggt();
        x=x-y;
    }
}

void main(){
    a=read();
    if (a<0) a=-a;
    b=read();
    if (b<0) b=-b;
    x=1;
    y=0;
    ggt();
    write(a);
    write(x);
    write(y);
}
```

Verifizieren Sie, dass es gilt: $\{A\} \text{ ggt } (); \{B\}$, wobei

$$\begin{aligned} A &\equiv a = a_1 \geq 0 \wedge b = b_1 \geq 0 \wedge ggT(a_1, b_1) = d \wedge x = 1 \wedge y = 0 \\ B &\equiv a = d \wedge a_1 x + b_1 y = d \end{aligned}$$