



Übungen zu Einführung in die Informatik II

Aufgabe 1 Terminierung

Gegeben sei folgende MiniOcaml-Definition der Funktion map:

```
let map = fun f -> fun l ->
  match l with
  | [] -> []
  | x::xs -> (f x)::(map f xs)
```

Sei weiterhin $g : t_1 \rightarrow t_2$ eine Funktion (ein Wert), die für jedes Argument terminiert. D.h. für jeden Wert v existiert ein Wert v' , so dass $g v \Rightarrow v'$. Zeigen Sie mit Hilfe der Big-Step operationellen Semantik, dass der Aufruf $\text{map } g \ l$ für jedes l , das sich zu einer Liste auswertet, terminiert.

Aufgabe 2 Verifikation funktionaler Programme

Gegeben sei folgende MiniOcaml-Funktion zur Umkehrung einer Liste

```
let rec rev = fun list ->
  match list with
  | [] -> []
  | e1 :: rest -> app (rev rest) [e1]
```

sowie die in der Vorlesung wie folgt definierte Funktion app

```
let rec app = fun x -> fun y ->
  match x with
  | [] -> y
  | x::xs -> x :: app xs y
```

Zeigen Sie unter der Annahme, dass alle vorkommenden Funktionsaufrufe terminieren, dass

- $\text{rev} (\text{app } xs \ ys) = \text{app} (\text{rev } ys) (\text{rev } xs)$
- $\text{rev} (\text{rev } list) = list$

Big-Step Operationelle Semantik

Axiome: $v \Rightarrow v$ für jeden Wert v

Tupel:
$$\frac{e_1 \Rightarrow v_1 \quad \dots \quad e_k \Rightarrow v_k}{(e_1, \dots, e_k) \Rightarrow (v_1, \dots, v_k)}$$

Listen:
$$\frac{e_1 \Rightarrow v_1 \quad e_2 \Rightarrow v_2}{e_1 :: e_2 \Rightarrow v_1 :: v_2}$$

Globale Definitionen:
$$\frac{f = e \quad e \Rightarrow v}{f \Rightarrow v}$$

Lokale Definitionen:
$$\frac{e_1 \Rightarrow v_1 \quad e_0[v_1/x] \Rightarrow v_0}{\text{let } x = e_1 \text{ in } e_0 \Rightarrow v_0}$$

Funktionsaufrufe:
$$\frac{e_1 \Rightarrow \text{fun } x \rightarrow e_0 \quad e_2 \Rightarrow v_2 \quad e_0[v_2/x] \Rightarrow v_0}{e_1 e_2 \Rightarrow v_0}$$

Pattern Matching:
$$\frac{e_0 \Rightarrow v' \equiv p_i[v_1/x_1, \dots, v_k/x_k] \quad e_i[v_1/x_1, \dots, v_k/x_k] \Rightarrow v}{\text{match } e_0 \text{ with } p_1 \rightarrow e_1 \mid \dots \mid p_m \rightarrow e_m \Rightarrow v}$$

 — sofern v' auf keines der Muster p_1, \dots, p_{i-1} passt ;-)

Eingebaute Operatoren:
$$\frac{e_1 \Rightarrow v_1 \quad e_2 \Rightarrow v_2 \quad v_1 \text{ op } v_2 = v}{e_1 \text{ op } e_2 \Rightarrow v}$$

— Unäre Operatoren werden analog behandelt.