

Programm-Optimierung

Wintersemester 2006/2007

1. Übungsblatt

Abgabetermin: 30. October 2006

Aufgabe 1:

6 Punkte

Betrachte den Kontrollfluss-Graphen der Funktion `swap` aus der Einleitung.

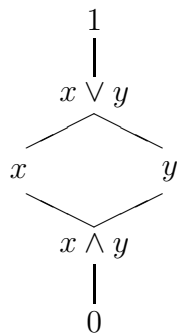
- Bestimme für jeden Programmpunkt u die Menge $A[u]$ der an u verfügbaren Ausdrücke.
- Wende die Transformationen 1 und 2 der Vorlesung zur Wiederverwendung von Ausdrücken an.

Was fällt an dem Ergebnis-Programm auf?

Aufgabe 2:

6 Punkte

Betrachte den vollständigen Verband M der monotonen booleschen Funktionen mit zwei Variablen:



- Bestimme die Menge aller monotonen Funktionen, die M in den vollständigen Verband $0 < 1$ abbilden.
- Bestimme die Anordnung dieser Funktionen!

Aufgabe 3:

6 Punkte

Zeige:

- Sind $\mathbb{D}_1, \mathbb{D}_2$ vollständige Verbände, dann auch

$$\mathbb{D}_1 \times \mathbb{D}_2 = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{D}_1, y \in \mathbb{D}_2\}$$

wobei $(x_1, y_1) \sqsubseteq (x_2, y_2)$ genau dann wenn $x_1 \sqsubseteq x_2$ und $y_1 \sqsubseteq y_2$.

b) Eine Funktion $f : \mathbb{D}_1 \times \mathbb{D}_2 \rightarrow \mathbb{D}$ ist genau dann monoton, wenn die Funktionen:

$$\begin{array}{lll} f_x : \mathbb{D}_2 \rightarrow \mathbb{D} & f_x(y) = f(x, y) & (x \in \mathbb{D}_1) \\ f_y : \mathbb{D}_1 \rightarrow \mathbb{D} & f_y(x) = f(x, y) & (y \in \mathbb{D}_2) \end{array}$$

monoton sind.

Aufgabe 4:

6 Punkte

Sei \mathbb{D} ein vollständiger Verband. Für eine Funktion $f : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{D}$ definiere die Funktion $f^* : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{D}$ durch $f^*(x) = \sqcup \{f^i(x) \mid i \geq 0\}$. Wie sieht f^* aus für:

- a) $f(x) = (x \cap a) \cup b$ ($\mathbb{D} = 2^U$ für eine Menge U)
- b) $f(x) = x + 1$ ($\mathbb{D} = \mathbb{N} \cup \{\infty\}$)
- c) $f(x) = 2x$ ($\mathbb{D} = \mathbb{N} \cup \{\infty\}$)

Beweise deine Behauptungen!